

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2018-2019

Prova scritta in aula del 09.07.2019

Parte I - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:..... e-mail:..... Matricola:.....

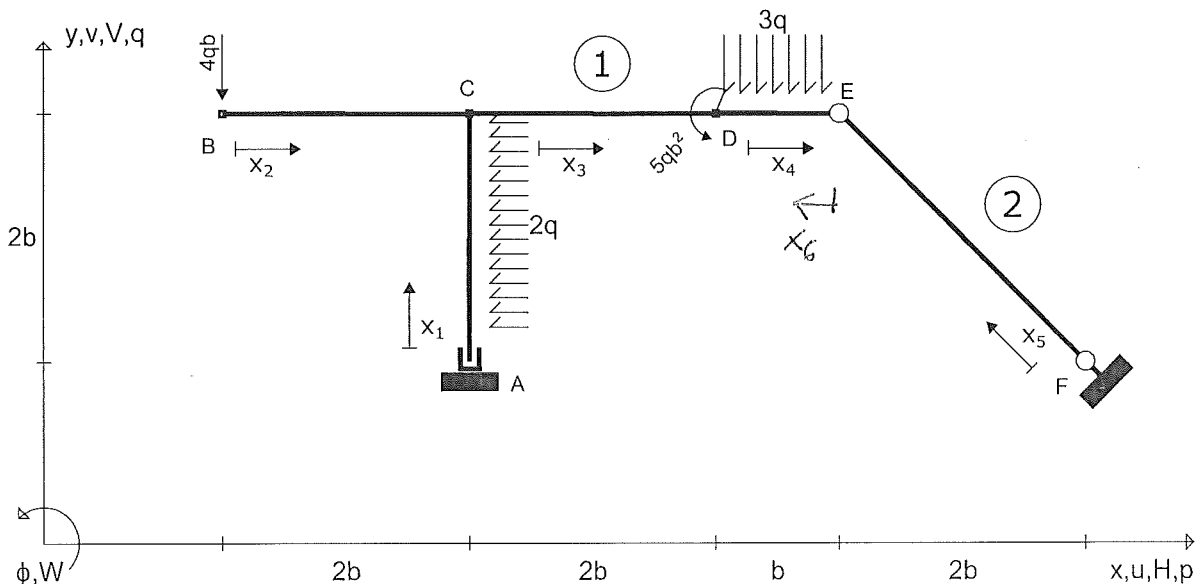
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 09.07.19*001



eq. ausiliaria: $M_{Z(E)}^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare H_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B, u_B , e quella verticale dello spostamento del punto C, v_C .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B, M_B .

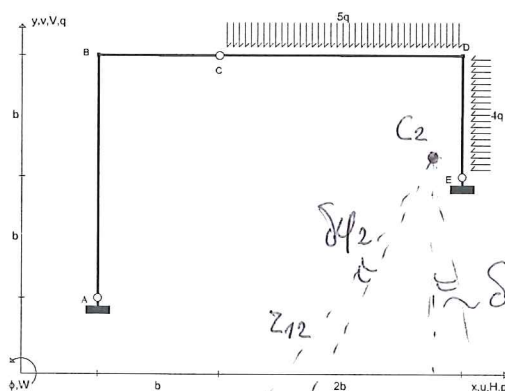
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste* AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto D, u_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

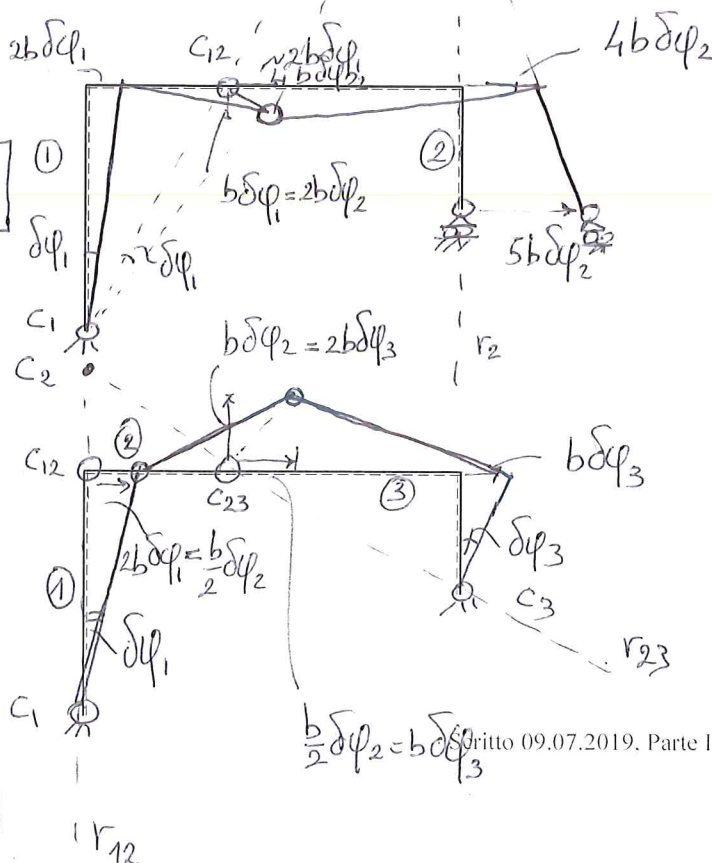
Università di Cagliari

SdC_SdA 09.07.19*003



$$\begin{cases} C_2 \in r_2 \\ C_1 \Leftrightarrow C_{12} \Leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{12} \end{cases}$$

$$2b\delta\varphi_1 = 4b\delta\varphi_2 \Rightarrow \boxed{\delta\varphi_1 = 2\delta\varphi_2}$$



$$\begin{cases} C_1 \Leftrightarrow C_{12} \Leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{12} \\ C_3 \Leftrightarrow C_{23} \Leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{23} \end{cases}$$

$$2b\delta\varphi_1 = \frac{b}{2}\delta\varphi_2 \Rightarrow \boxed{\delta\varphi_1 = \frac{1}{4}\delta\varphi_2}$$

$$b\delta\varphi_2 = 2b\delta\varphi_3 \Rightarrow \boxed{\delta\varphi_3 = \frac{1}{2}\delta\varphi_2}$$

$$H_E(\Rightarrow) = \dots \frac{8}{5} q b \dots; C_1 = (\dots 0 \dots, \dots 0 \dots); C_2 = (\dots 3b \dots, \dots 6b \dots); C_{12} = (\dots b \dots, \dots 2b \dots);$$

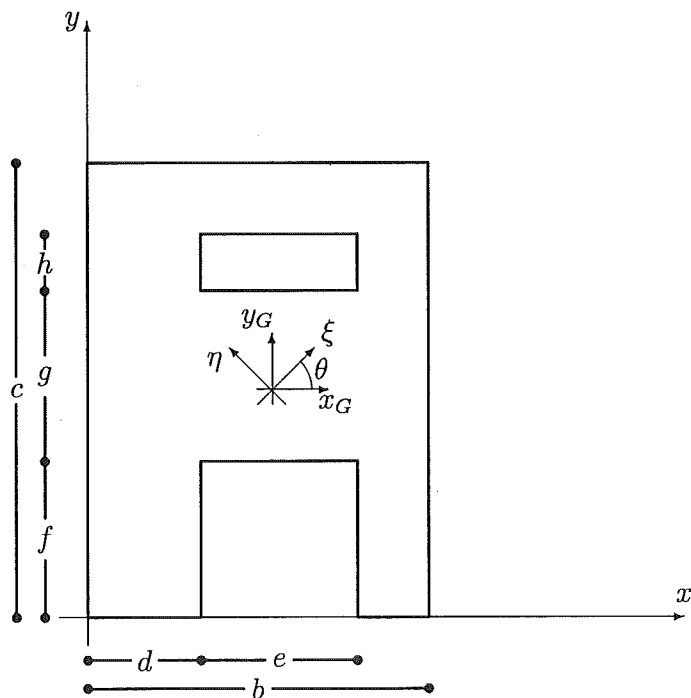
$$u_B = \frac{2b\delta\varphi_1}{2} = 4b\delta\varphi_1; v_C = \dots \frac{b\delta\varphi_1}{2} \dots = -2b\delta\varphi_1$$

$$M_B(\curvearrowright) = \dots \frac{24qb^2}{5} \dots; v_C = \frac{b\delta\varphi_2}{3} = 2b\delta\varphi_2; u_D = \frac{b\delta\varphi_2}{2} = \frac{b}{2}\delta\varphi_2$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 3a$; $d = a$; $e = a$; $f = 0$; $g = a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



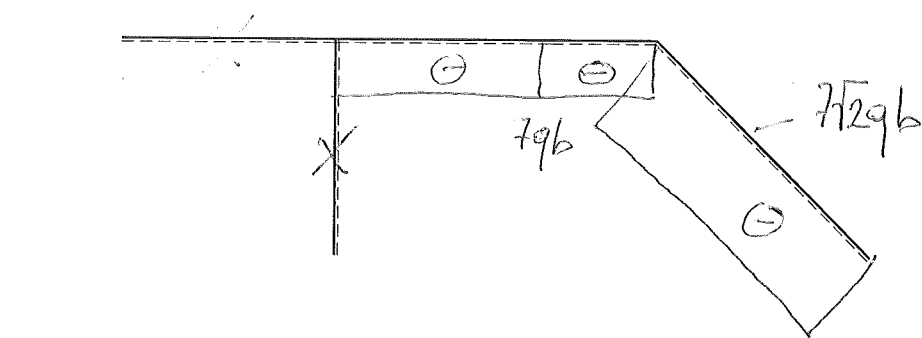
$$S_x = \frac{19}{2} a^3 = 9.50000 a^3; S_y = \frac{21}{2} a^3 = 10.50000 a^3;$$

$$x_G = \frac{3}{2} a = 1.50000 a; y_G = \frac{19}{14} a = 1.35714 a;$$

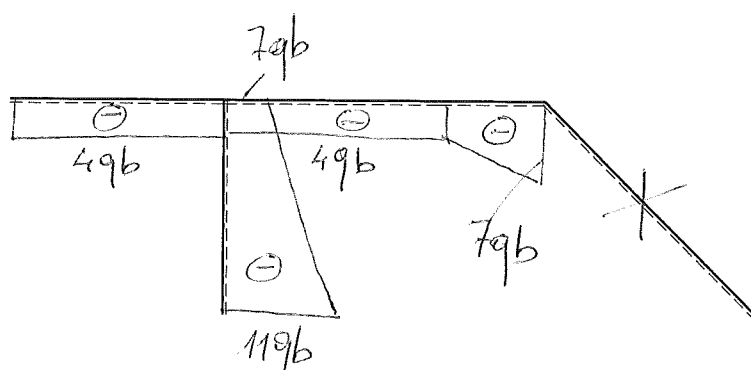
$$J_{xG} = \frac{457}{84} a^4 = 5.44048 a^4; J_{yG} = \frac{79}{12} a^4 = 6.58333 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = \frac{\pi}{2} = 90^\circ);$$

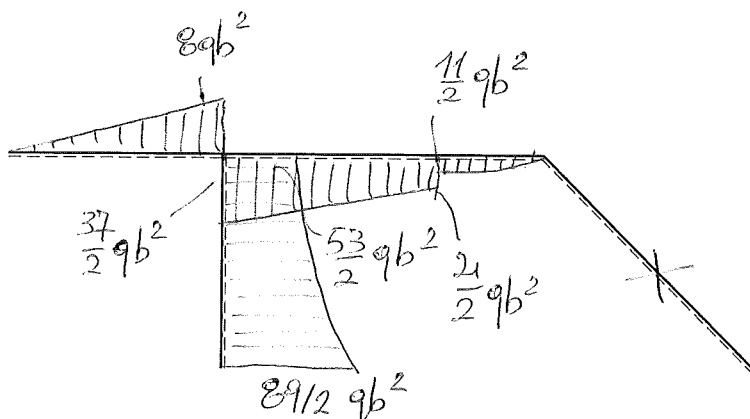
$$J_\xi = J_{\max} = \frac{79}{12} a^4 = 6.58333 a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{457}{84} a^4 = 5.44048 a^4;$$



← ⊕ →



↑ ⊕ ↓



⊙ ⊕ ⊙

$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= \dots 11qb \dots; M_A (\curvearrowright) = \dots \frac{89}{2} qb^2 \dots; H_F (\Rightarrow) = \dots 7qb \dots; V_F (\uparrow) = \dots 7qb \dots; \\
 N_{AC} &= \dots 0 \dots; T_{AC} = \dots -11qb + 2qx_1 \dots; M_{AC} = \dots \frac{89}{2} qb^2 - 11qb x_1 + qx_1^2 \dots; \\
 N_{BC} &= \dots 0 \dots; T_{BC} = \dots -4qb \dots; M_{BC} = \dots -4qb x_2 \dots; \\
 N_{CD} &= \dots -7qb \dots; T_{CD} = \dots -4qb \dots; M_{CD} = \dots \frac{37}{2} qb^2 - 4qb x_3 \dots; \\
 N_{DE} &= \dots -7qb \dots; T_{DE} = \dots \begin{cases} -4qb - 3qx_4 \\ -7qb + 3qx_6 \end{cases} \dots; M_{DE} = \dots \begin{cases} \frac{11}{2} qb^2 - 4qb x_4 - \frac{3}{2} qx_4^2 \\ 7qb x_6 - \frac{3}{2} qx_6^2 \end{cases} \dots; \\
 N_{FE} &= \dots -7\sqrt{2}qb \dots; T_{FE} = \dots 0 \dots; M_{FE} = \dots 0 \dots;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2018-2019

Prova scritta in aula del 09.07.2019

Parte I - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

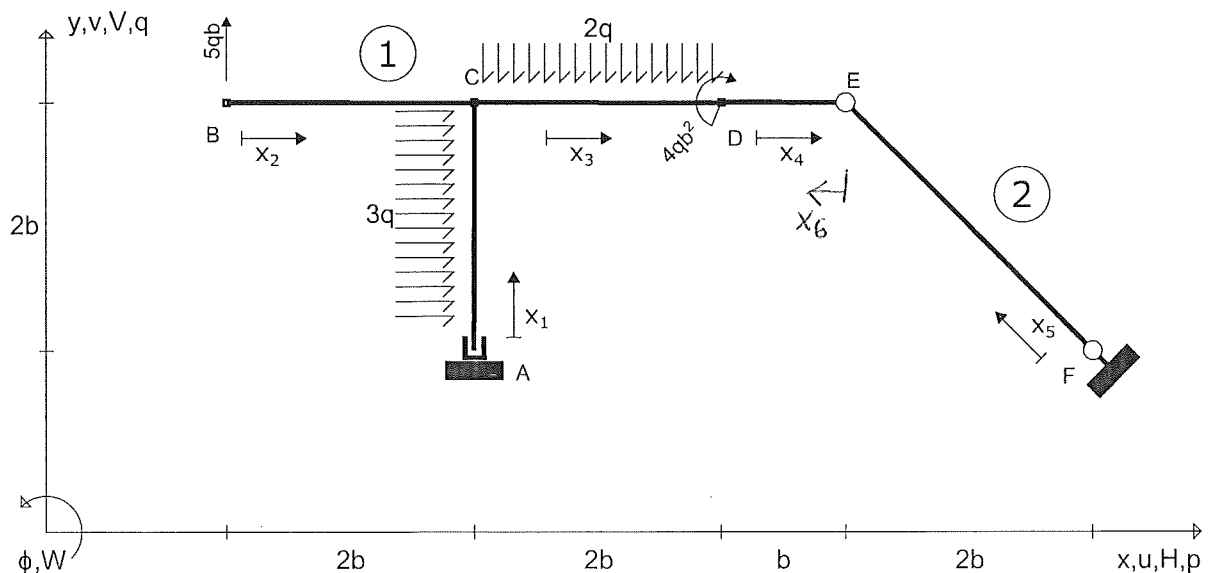
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 09.07.19*002



Eq. ausiliaria: $M_Z^{(2)}(E) = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare H_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

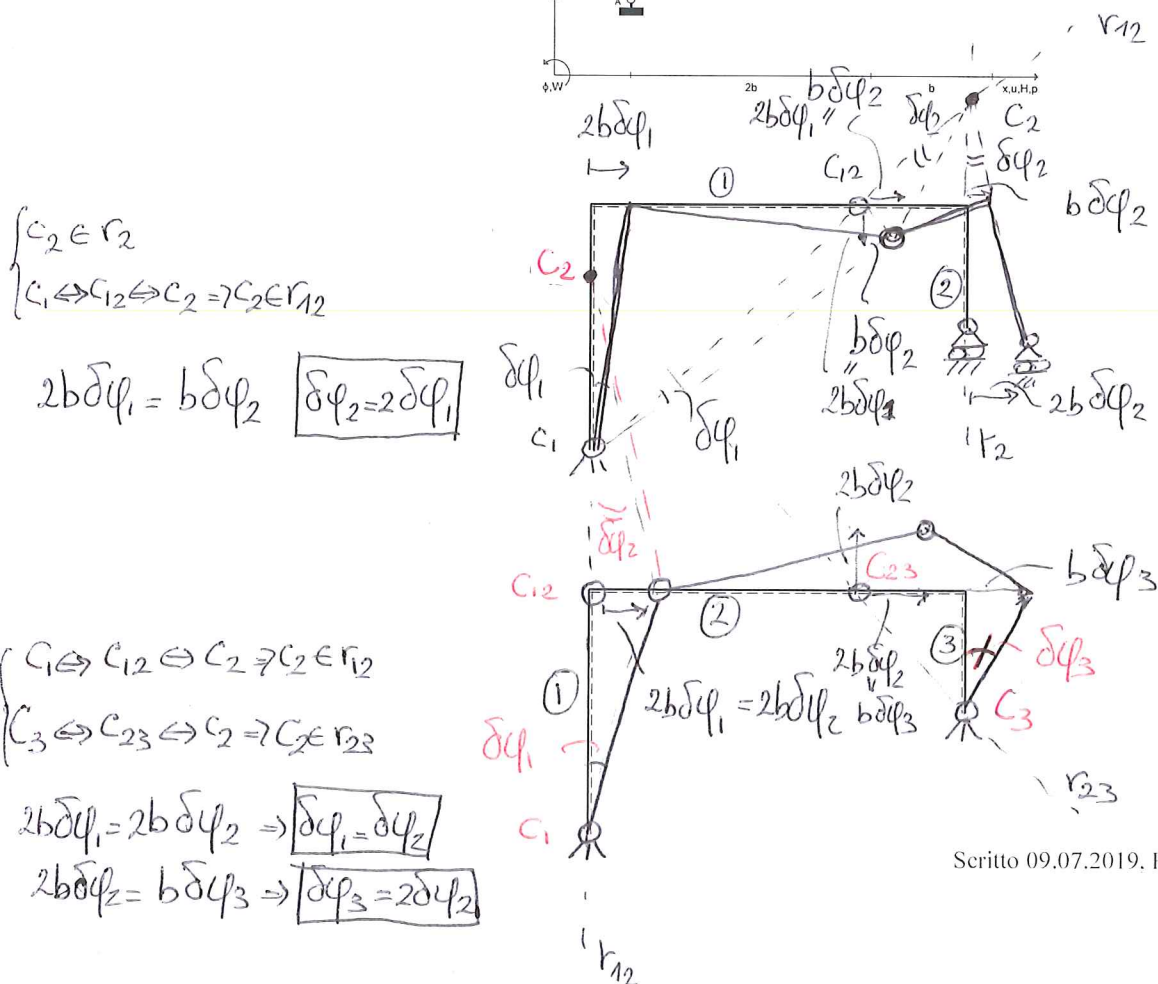
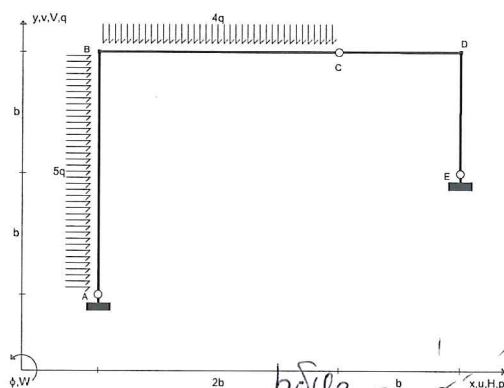
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto D , u_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$H_E (\Rightarrow) = \dots \frac{2}{2} ab \dots; C_1 = (\dots 0 \dots, \dots 0 \dots); C_2 = (\dots 3b \dots, \dots 3b \dots); C_{12} = (\dots 2b \dots, \dots 2b \dots);$$

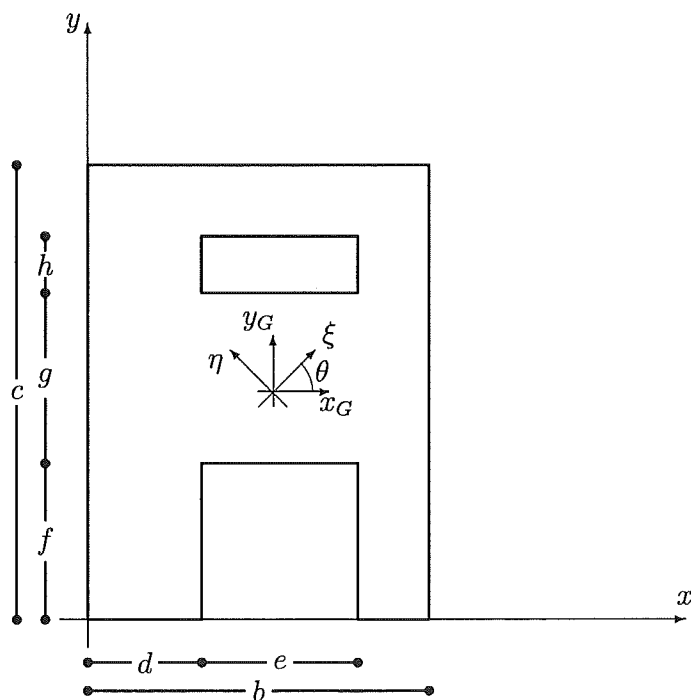
$$u_B = 2b\delta\varphi_1 = b\delta\varphi_2; v_C = -2b\delta\varphi_1 = -b\delta\varphi_2$$

$$M_B (\curvearrowright) = \dots + ab^2 \dots; v_C = 2b\delta\varphi_1 = b\delta\varphi_2; u_D = \dots + b\delta\varphi_2 \dots; u_D = \dots + 2b\delta\varphi_2 \dots$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 3a$; $d = a$; $e = 2a$; $f = 0$; $g = a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



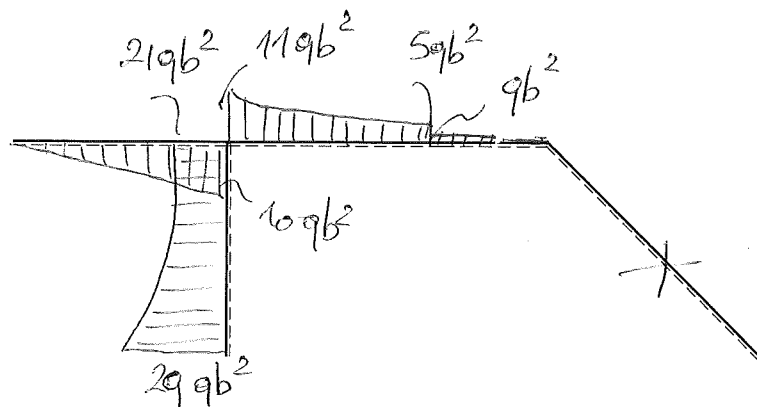
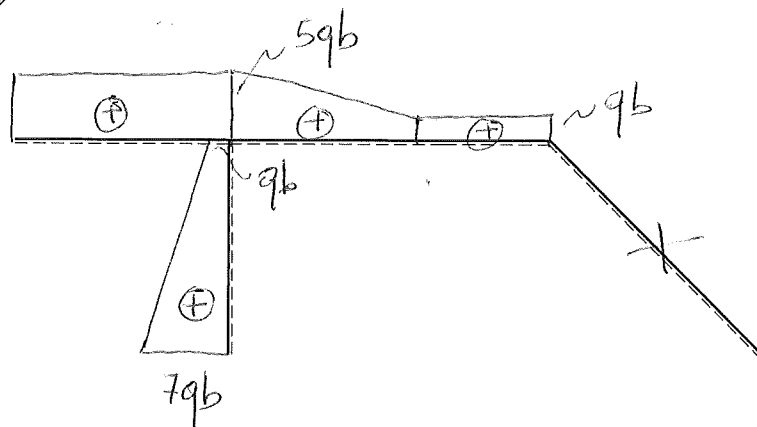
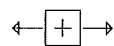
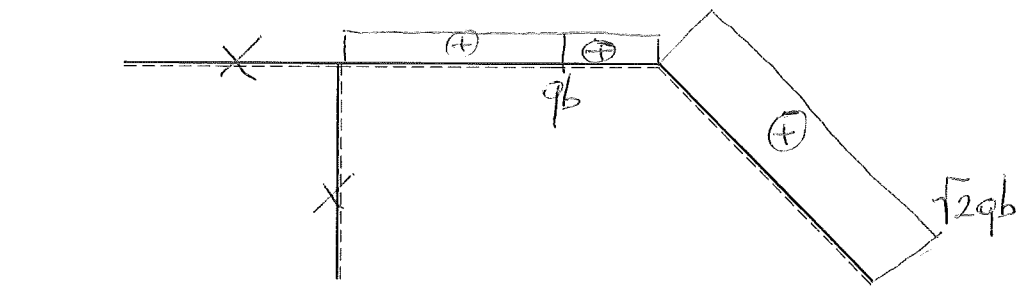
$$S_x = \dots \frac{21}{2} a^3 = 10.50000 a^3 \dots; S_y = \dots \frac{19}{2} a^3 = 9.50000 a^3 \dots;$$

$$x_G = \dots \frac{19}{14} a = 1.35714 a \dots; y_G = \dots \frac{3}{2} a = 1.50000 a \dots;$$

$$J_{xG} = \dots \frac{79}{12} a^4 = 6.58333 a^4 \dots; J_{yG} = \dots \frac{451}{84} a^4 = 5.44048 a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0 \dots; \tan 2\theta = \dots 0 \quad (\theta = 0^\circ) \dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots \frac{79}{12} a^4 = 6.58333 a^4 \dots; J_\eta = J_{\min} = \dots \frac{451}{84} a^4 = 5.44048 a^4 \dots;$$



$H_A (\Rightarrow) = -7qb$			$M_A (\curvearrowright) = 29qb^2$			$H_F (\Rightarrow) = qb$			$V_F (\uparrow) = -qb$		
$N_{AC} = 0$	$T_{AC} = 7qb - 3qx_1$	$M_{AC} = -29qb^2 + 7qbx_1 - \frac{3}{2}qx_1^2$									
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = 5qb$	$M_{BC} = 5qbx_2$									
$N_{CD} = qb$	$T_{CD} = 5qb - 2qx_3$	$M_{CD} = -11qb^2 + 5qbx_3 - qx_3^2$									
$N_{DE} = qb$	$T_{DE} = qb$	$M_{DE} = -qb^2 + qbx_4 - \frac{1}{2}qx_4^2$									
$N_{FE} = \sqrt{2}qb$	$T_{FE} = 0$	$M_{FE} = 0$									